МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «МГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ:
Заведующий кафедрой ТМиИГ

______________ /А.А. Панкратов /

«___»____________ 2019 г.

Методические указания к выполнению контрольной работы по дисциплине

Теоретическая механика
(для всех специальностей и форм обучения)

Разработчик Каиров Т.В., ст. преподаватель

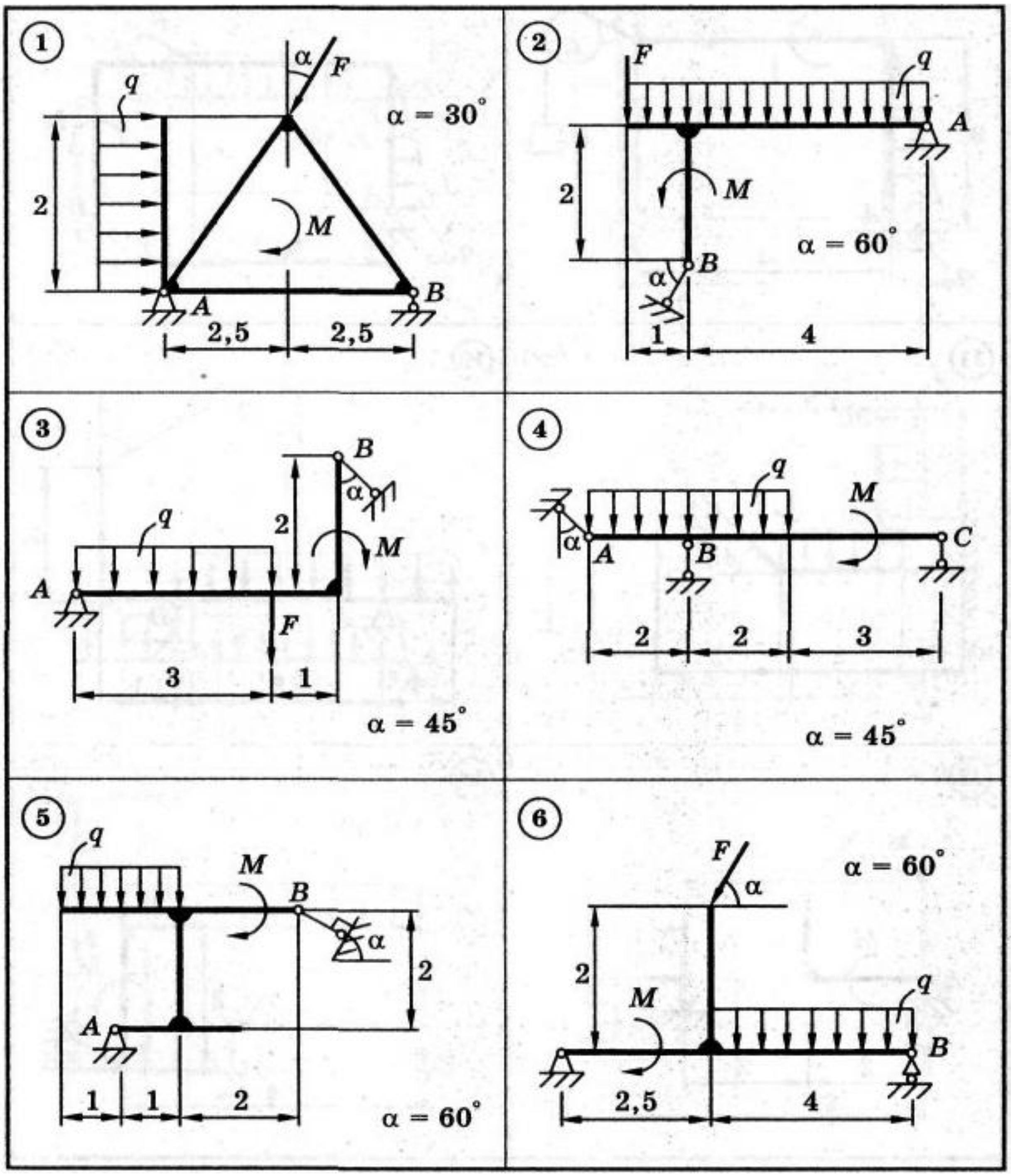
Оглавление

1 **Контрольная работа №1 «Равновесие плоской системы сил».**

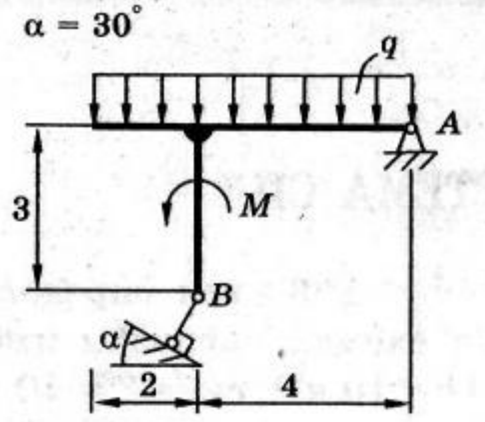
Задания для контрольной работы представлены в учебном пособии:

Диевский, В. А. Теоретическая механика : сборник заданий : учеб. пособие для вузов / В. А. Диевский, И. А. Малышева. - Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 190, [1] с.

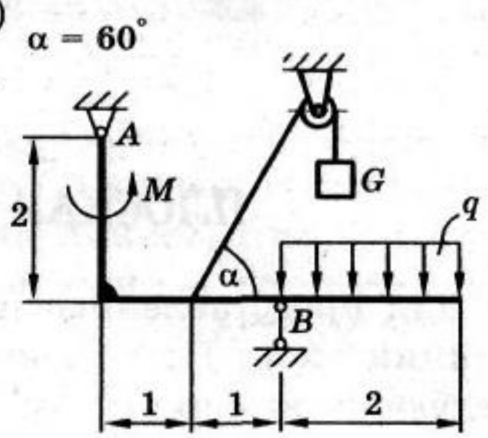
Считая, что система находится в равновесии определить реакции опор. Если $F = 10$ кН, $G = 10$ кН, $M = 20$ кНм, $q = 5$ кН/м, $q_{max} = 5$ кН/м.



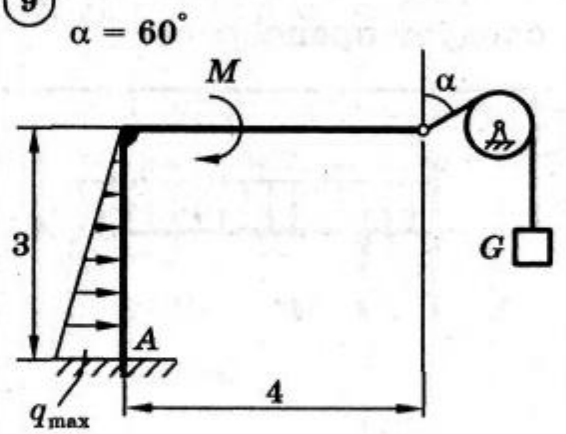
7



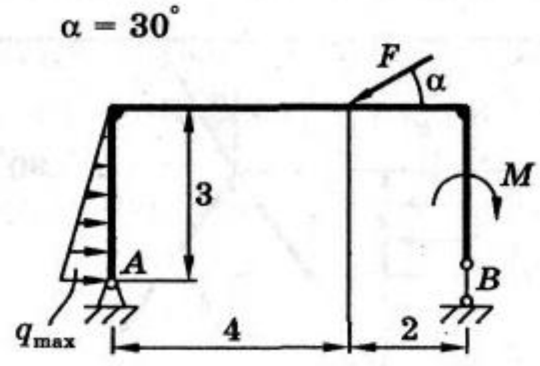
8



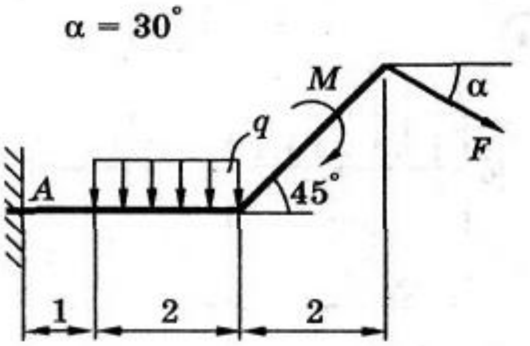
9



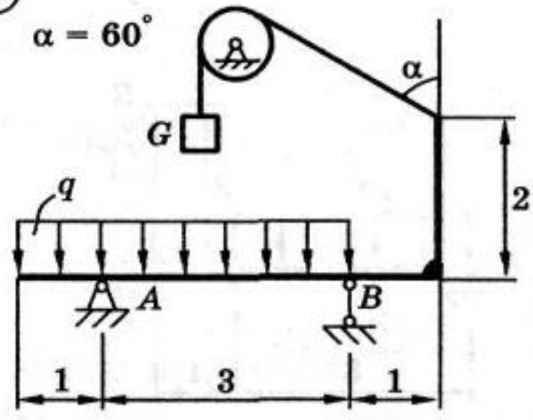
10



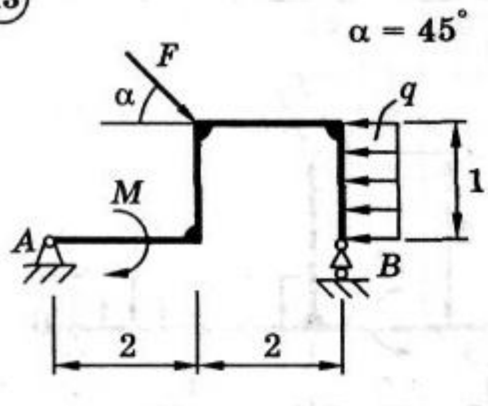
11



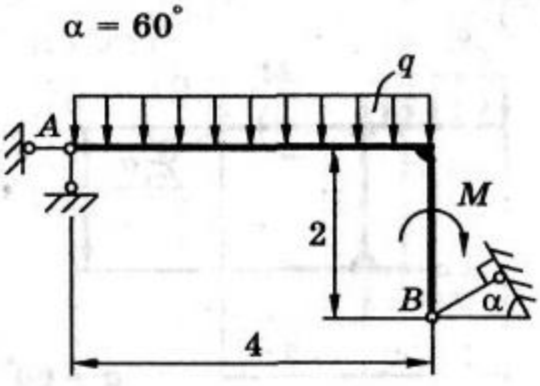
12

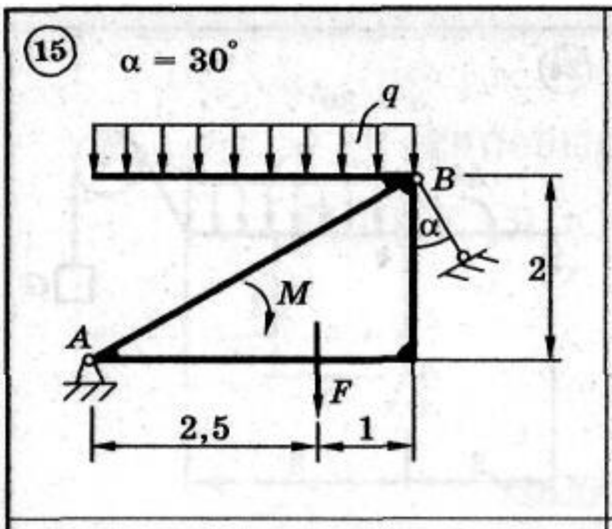


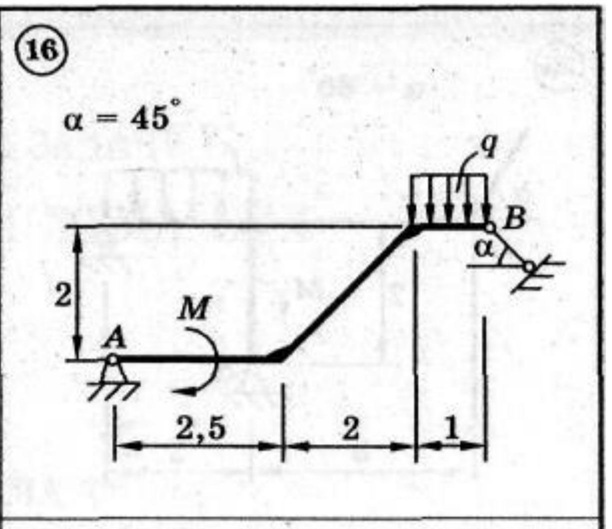
13

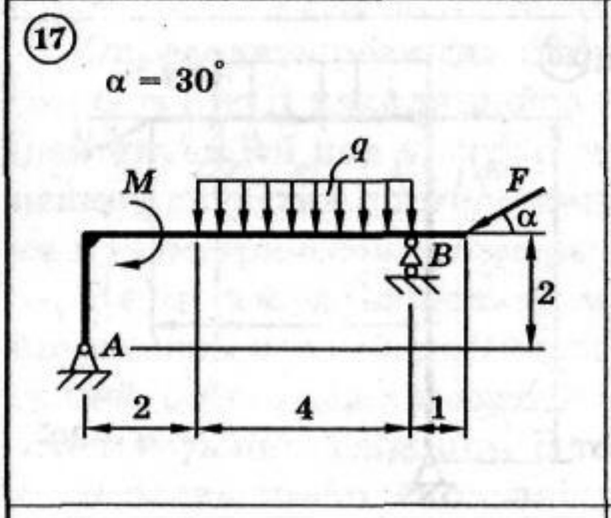


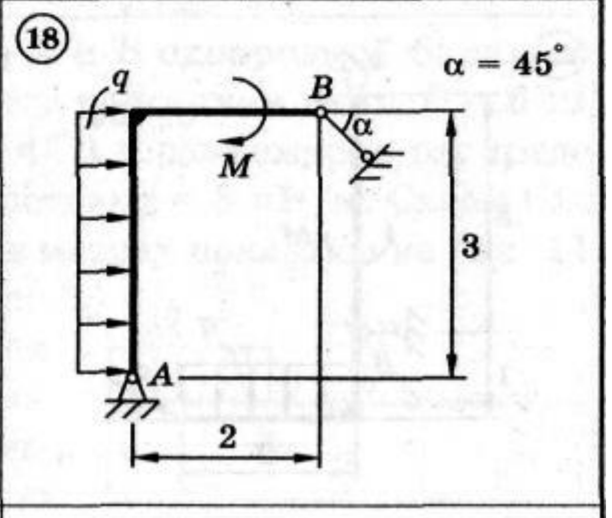
14

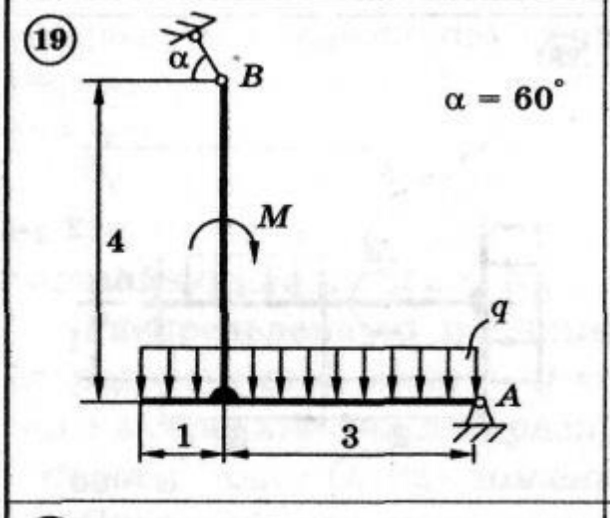


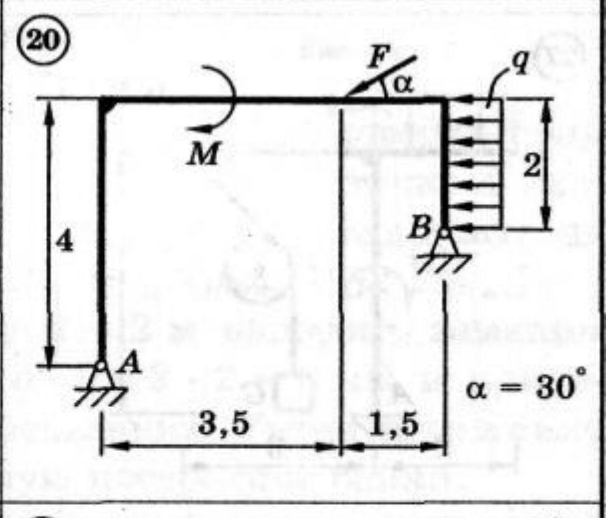

15
α = 30°
q
B
α
2
M
A
F
2,5
1

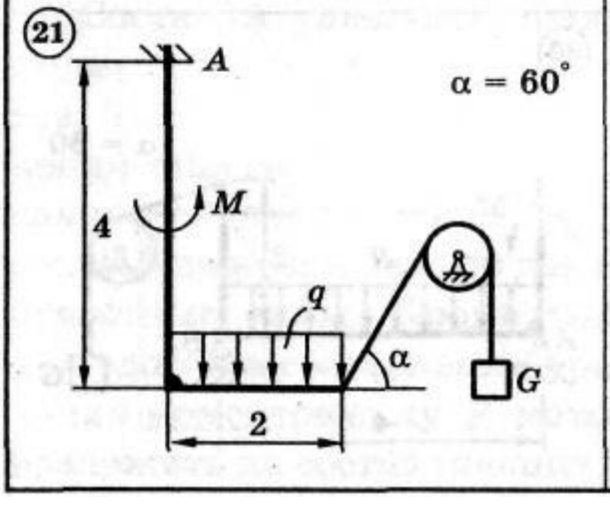

16
α = 45°
q
B
α
2
M
A
2,5
2
1

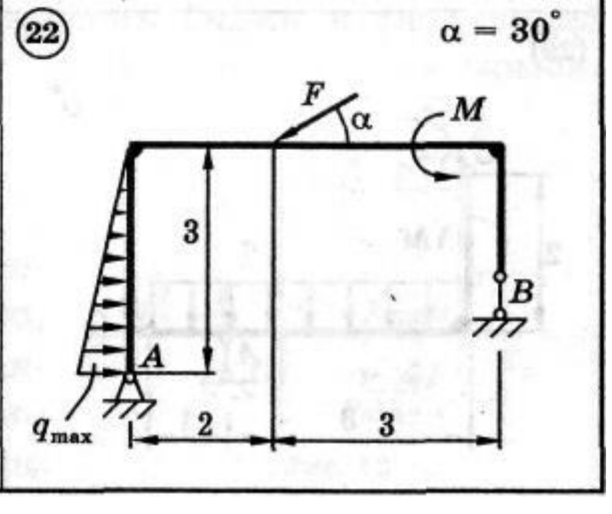

17
α = 30°
q
M
F
α
B
2
A
2
4
1

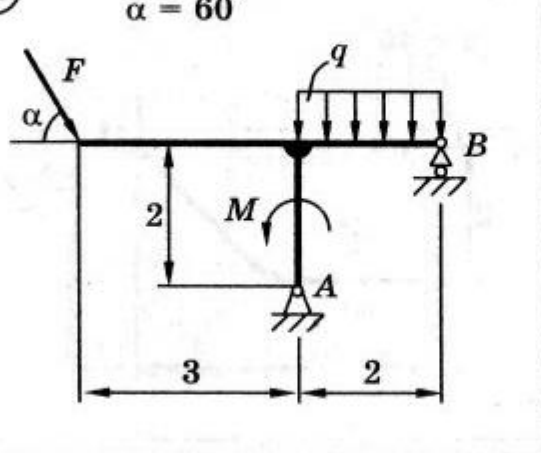

18
α = 45°
q
B
α
M
3
A
2

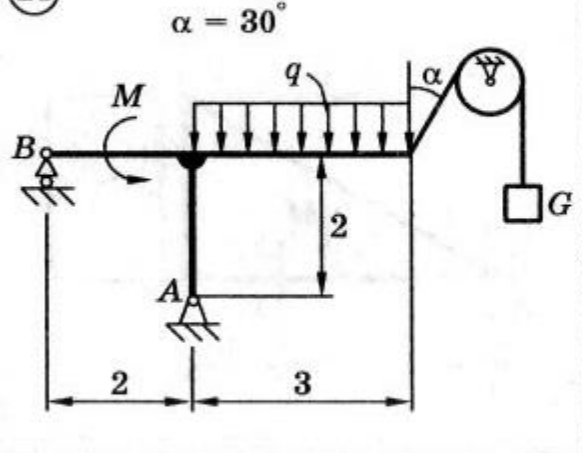

19
α
B
α = 60°
4
M
q
A
1
3

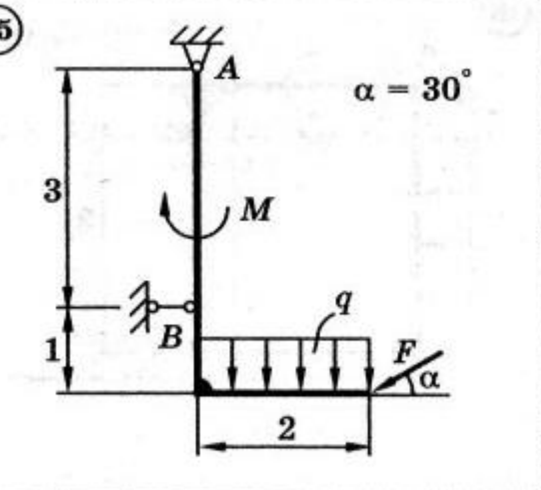

20
F
α
q
M
2
4
B
A
α = 30°
3,5
1,5

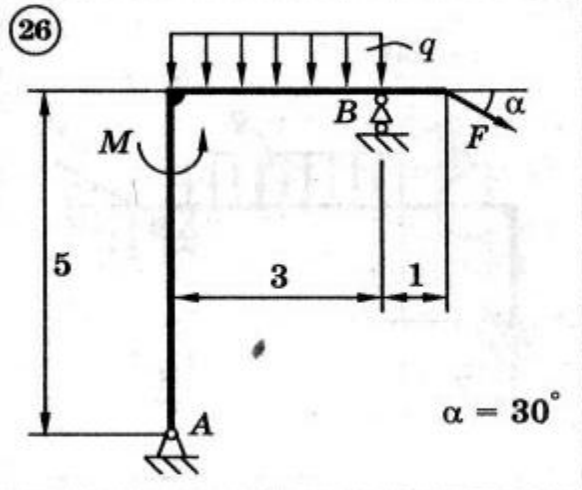

21
A
α = 60°
4
M
q
α
G
2

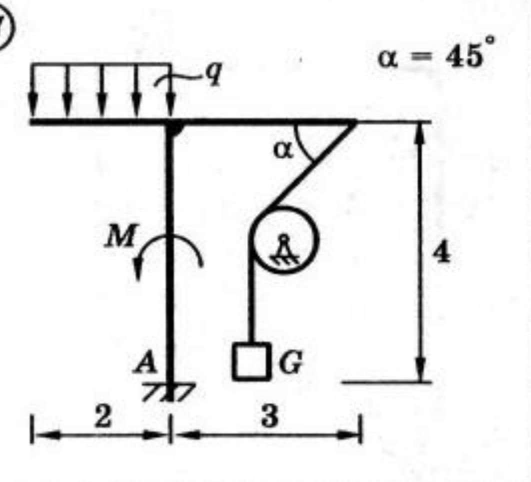

22
α = 30°
F
α
M
3
B
A
q_{max}
2
3

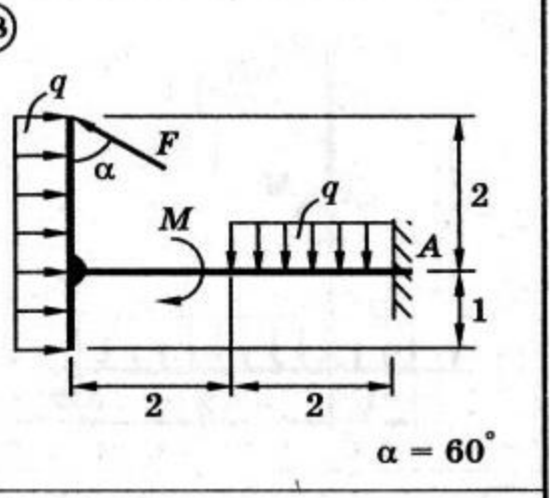
23


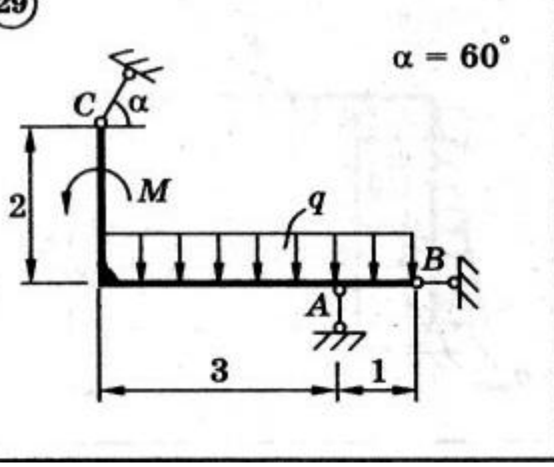
24


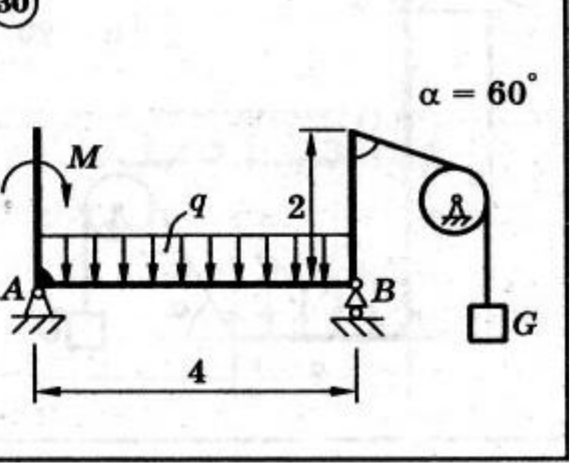
25


26


27


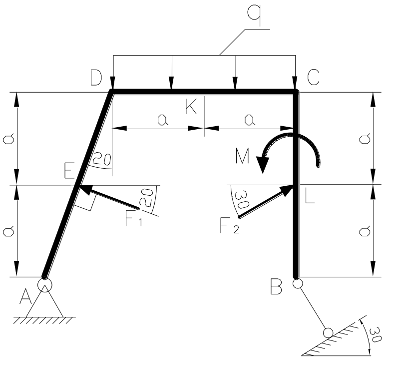
28


29


30


Пример решения.

Исходные данные: $M = 40$ кНм, $q = 12$ кН/м, $F_1 = 15$ кН, $F_2 = 20$ кН, $a = 1{,}5$ м. Считая, что система находится в равновесии определить реакции опор.



Решение:

Введем прямоугольную систему координат с осями X, Y.

Заменим связи их реакциями. В точке A наложена связь в виде неподвижного шарнира, направление реакция которого заранее неизвестно, поэтому раскладываем её на две взаимно перпендикулярные составляющие X_A, Y_A. В точке B – невесомый стержень, реакция R_B которого направлена вдоль оси стержня.

Для удобства разложим силы F_1, F_2 вдоль осей X, Y.

$$F_{1x} = F_1 \cos 20^\circ, \;\; F_{1y} = F_1 \sin 20^\circ,$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 30^\circ, \;\; F_{2y} = F_2 \sin 30^\circ.$$

Подставляя значения, найдем:

$$F_{1x} = 14{,}095 \text{ кН}, \;\; F_{1y} = 5{,}13 \text{ кН}, \;\; F_{2x} = 17{,}321 \text{ кН}, \;\; F_{2y} = 10 \text{ кН}.$$

Заменим распределенную нагрузку сосредоточенной силой Q, которая будет приложена посередине участка DC и числено равна:

$$Q = q \cdot 2a, \;\; Q = 36 \text{ кН}.$$

Получившаяся схема изображена на рис. 1.1.

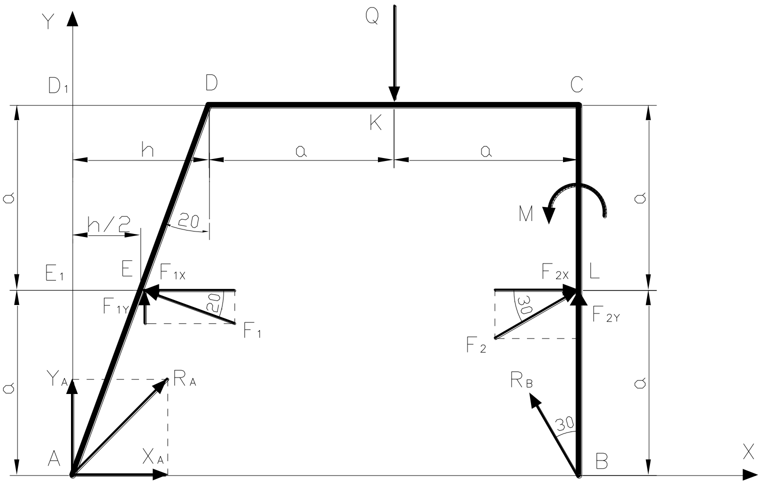


Рис. 1.1

Рассмотрим треугольники AEE_1 и ADD_1, эти треугольники подобны по трем углам, следовательно:

$$\frac{AE_1}{AD_1} = \frac{EE_1}{DD_1} = \frac{1}{2}.$$

Обозначим $DD_1 = h$, значит $EE_1 = h/2$.

Найдем расстояние h из треугольника ADD_1:

$$h = 2a \cdot \operatorname{tg} 20^\circ, \;\; h = 1{,}092 \text{ м}.$$

Составим теперь уравнения равновесия, которые для плоской системы сил имеют вид:

$$\sum_{k=1}^{n} F_{kx} = 0, \;\; \sum_{k=1}^{n} F_{ky} = 0, \;\; \sum_{k=1}^{n} M_A(\vec{F}_k) = 0.$$

В данном случае они запишутся:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = X_A - F_{1x} + F_{2x} - R_B \cdot \sin 30^\circ = 0, \\ \sum F_{ky} = Y_A + F_{1y} - Q + F_{2y} + R_B \cdot \cos 30^\circ = 0, \\ \sum M_A(\vec{F}_k) = F_{1y} \cdot h/2 + F_{2x} \cdot a - Q \cdot (a+h) + M - F_{2x} \cdot a + \\ \qquad + F_{2y} \cdot (2a+h) + R_B \cdot (2a+h) \cdot \cos 30^\circ = 0. \end{cases} \tag{1.1}$$

Получили систему трех уравнений с тремя неизвестными X_A, Y_A, R_B. Из последнего уравнения системы выразим R_B:

$$R_B = \frac{-F_{1y} \cdot h/2 - F_{2x} \cdot a + Q \cdot (a+h) - M + F_{2x} \cdot a - F_{2y} \cdot (2a+h)}{(2a+h) \cdot \cos 30^\circ},$$

производя расчеты, найдем:

$$R_B = 4{,}07 \text{ кН}.$$

Из первого уравнения системы (1.1) найдем X_A:

$$X_A = F_{1x} - F_{2x} + R_B \cdot \sin 30^\circ, \quad X_A = -1{,}19 \text{ кН}.$$

Знак минус говорит о том, что направлен X_A в сторону противоположную, указанной на рисунке.

Из второго уравнения (1.1) находим:

$$Y_A = -F_{1y} + Q - F_{2y} - R_B \cdot \cos 30^\circ, \quad Y_A = 17{,}34 \text{ кН}.$$

Вспоминая, что X_A, Y_A составляющие реакции R_A, найдем:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}, \quad R_A = 17{,}38 \text{ кН}.$$

Итак, реакции равны: $R_A = 17{,}38$ кН, $R_B = 4{,}07$ кН.

Сделаем проверку. Для этого составим уравнение равновесия моментов относительно точки, через которую не проходят линии действия искомых сил, в качестве этой точки выберем точку *E*.

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = -Y_A \cdot h/2 + X_A \cdot a - Q \cdot (a + h/2) + M + F_{2y} \cdot (2a + h/2) +$$
$$+ R_B \cdot (2a + h/2) \cdot \cos 30^\circ - R_B \cdot a \cdot \sin 30^\circ = 0.$$

Подставляя числовые значения, получим:

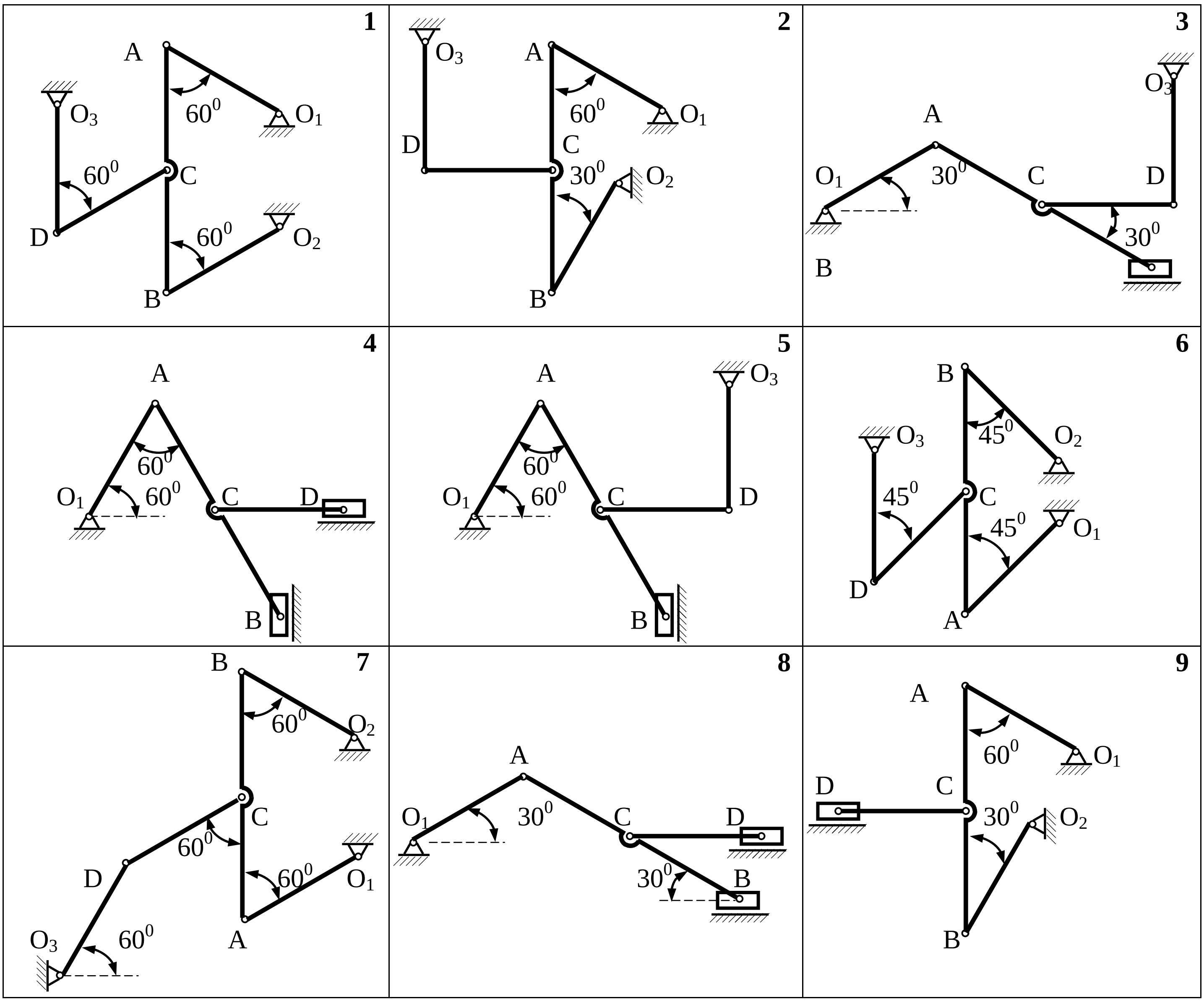
$$-0{,}00056 \approx 0.$$

Небольшая неточность связана с округлениями при расчетах. Можно считать, что проверка сошлась и реакции найдены верно.

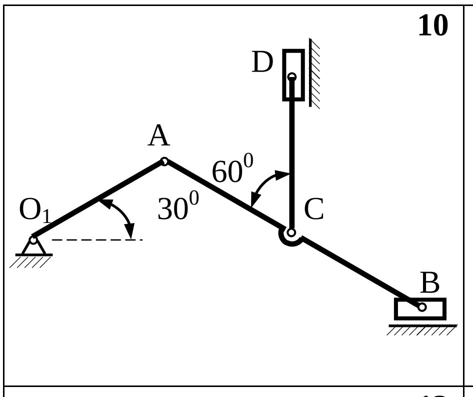
2 Контрольная работа №2 «Плоскопараллельное движение».

Задание для контрольной работы представлено в методических указаниях: Ходякова А.И. Методические указания к выполнению расчетно-графического задания на тему «Плоскопараллельное движение». Мурманск, МГТУ 2007. - 23 с.

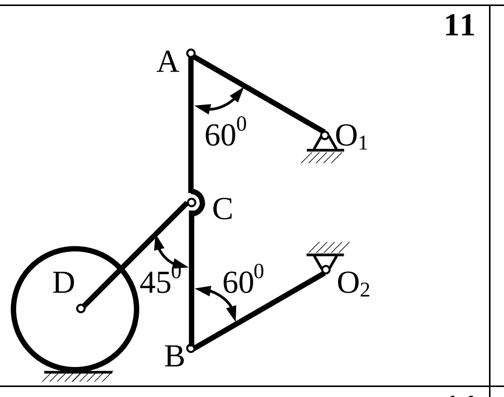
Считая угловую скорость $\omega = 4\ c^{-1}$ звена O_1A постоянной, определить скорости всех указанных на рисунке точек, угловые скорости всех звеньев. Для всех рисунков принять $O_1A = AC = CD = CB = BO_2 = DO_3 = 1$ м, направление угловой скорости ведущего звена выбирается самостоятельно. Для рисунков, содержащих каток, радиус $R = 0{,}3$ м.



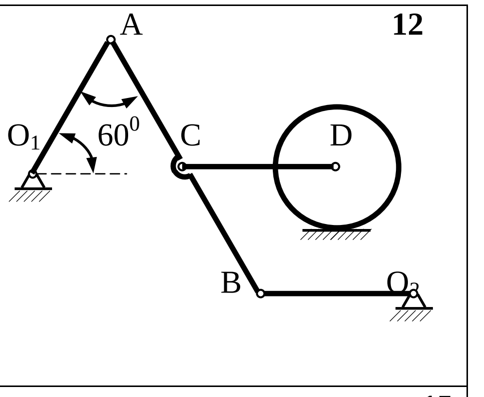
10



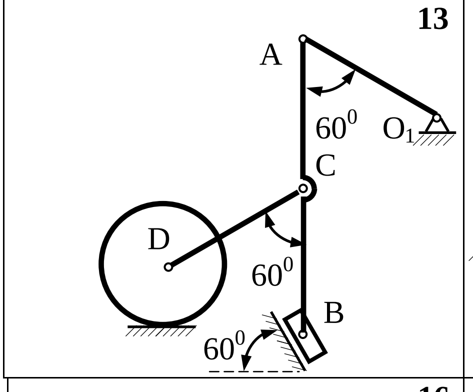
11



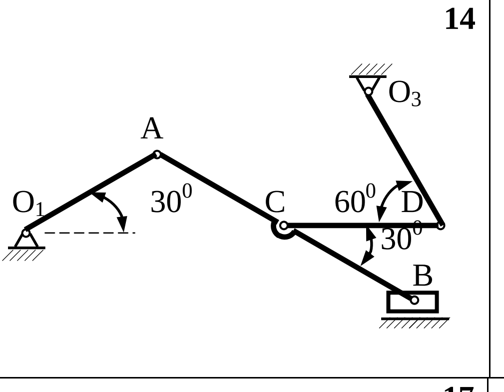
12



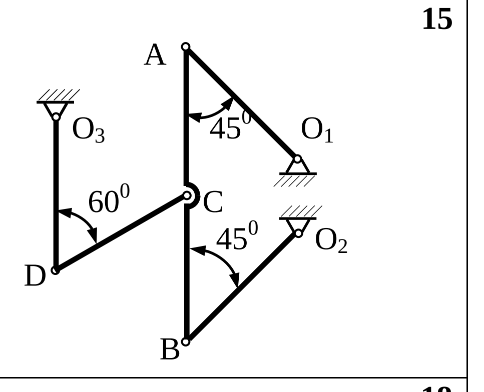
13



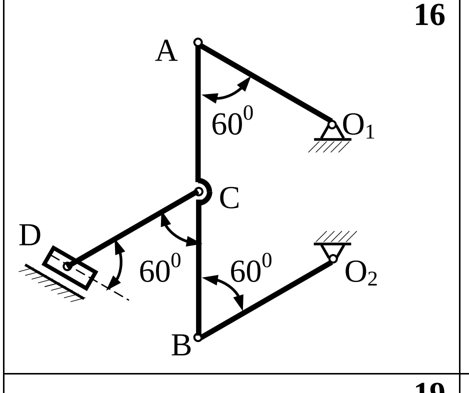
14



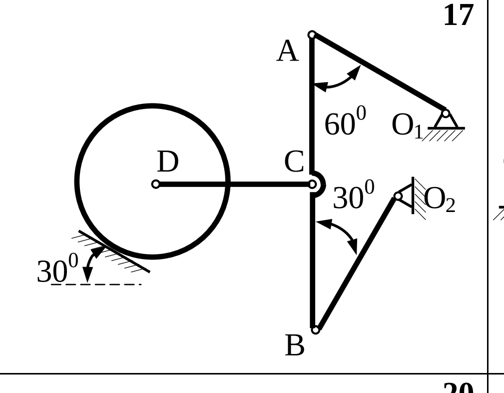
15



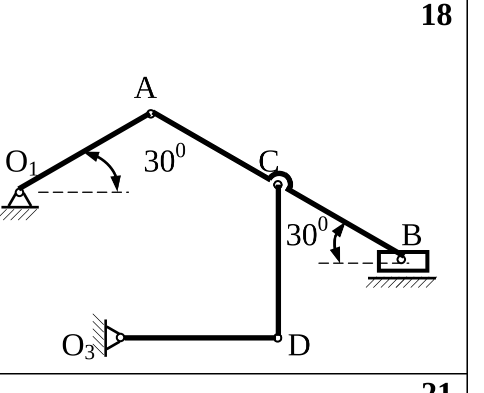
16



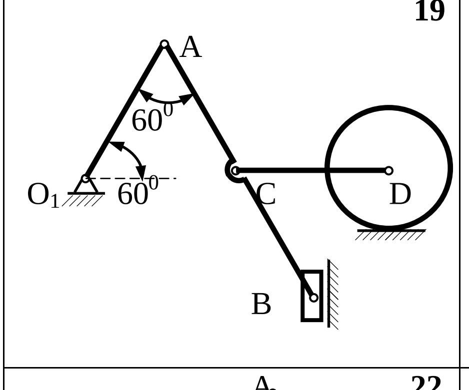
17



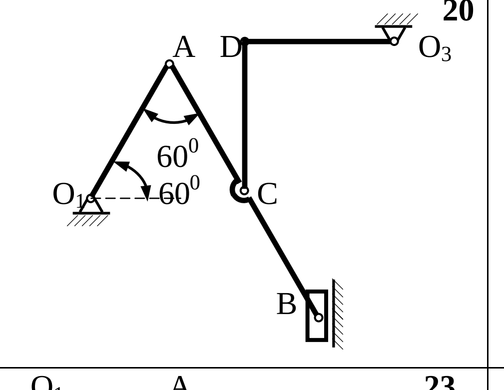
18



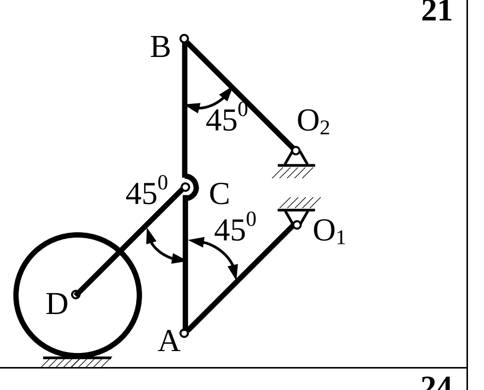
19



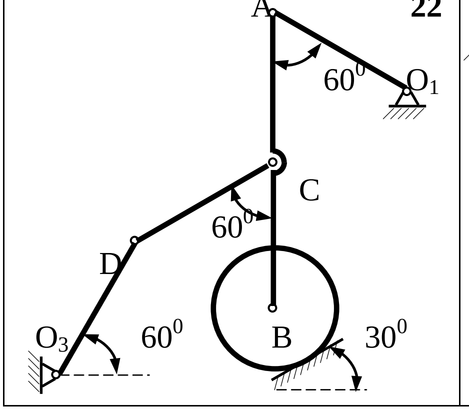
20



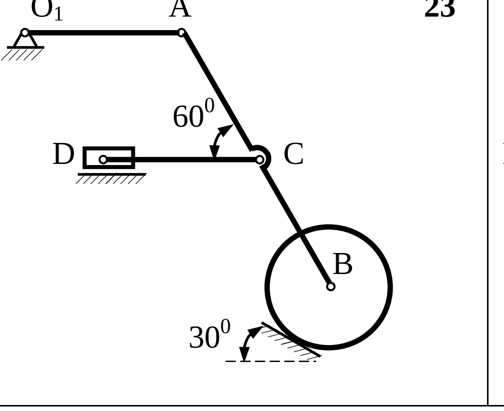
21



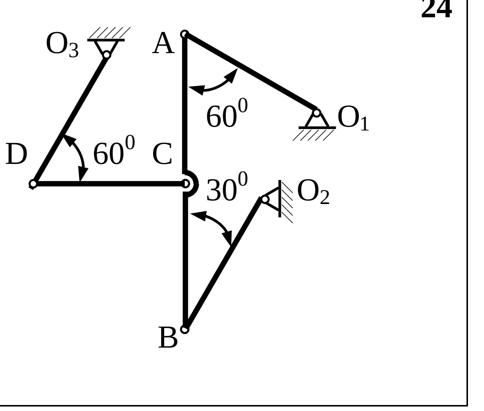
22

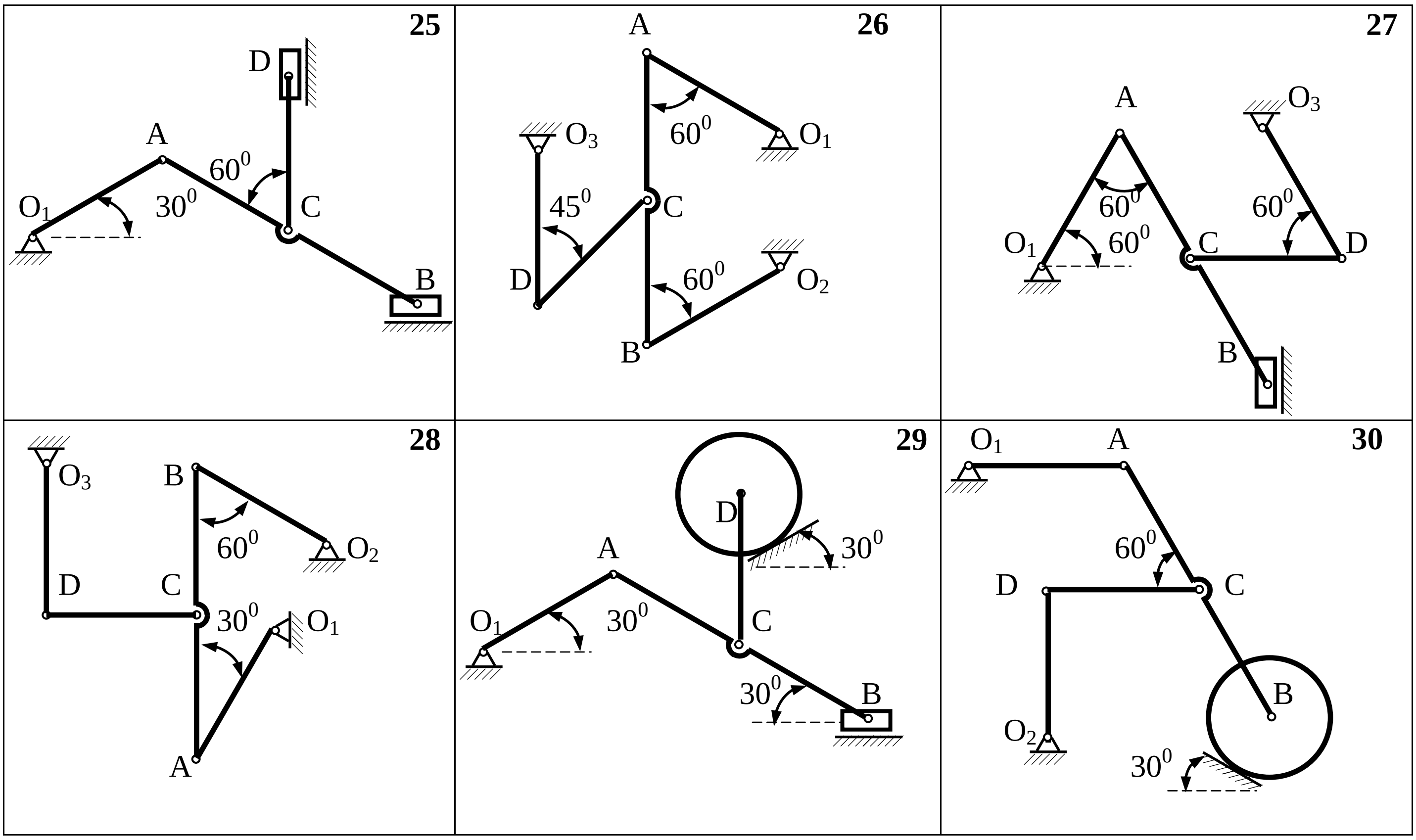


23



24





Пример решения.

Исходные данные:

В плоском шарнирно-рычажном механизме кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 20\ \text{с}^{-1}$. Для данного положения механизма (рис. 2.1) определить скорости всех указанных точек и угловые скорости всех звеньев механизма, если $O_1A = AC = CD = CB = BO_2 = DO_3 = 0{,}3$ м, $R_1 = 0{,}1$ м.

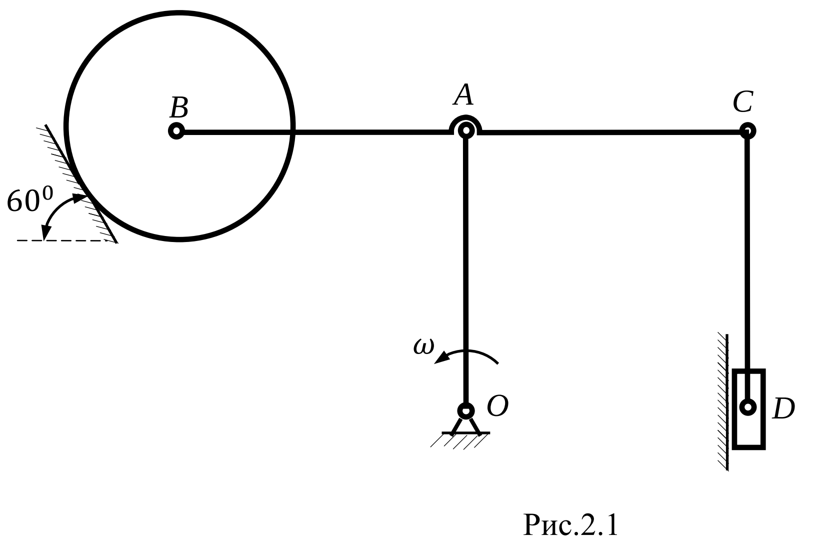


Рис.2.1

<u>Решение</u>:

Для удобства решения задачи обозначим подвижные звенья механизма (рис. 2.2) цифрами: 1 – каток, 2 – кривошип OA, 3 – стержень BAC, 4 – шатун CD, 5 – ползун D. Проанализируем характер движения каждого звена. В данном кривошипно-шатунном механизме звено OA совершает вращательное движение, звенья BAC, CD и каток 1 – плоскопараллельное, ползун D – поступательное.

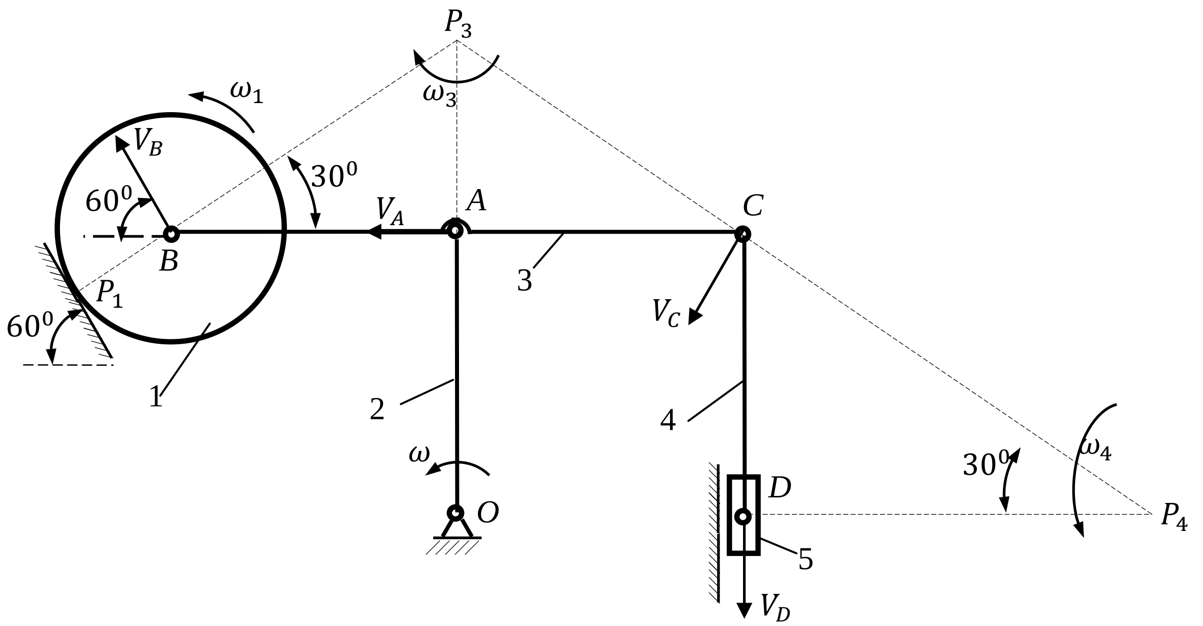


Рис.2.2

Определим скорости точек A, B, C, D и угловые скорости звеньев 1, 2, 3, 4 и 5. Скорость точки A находим в соответствии со свойствами вращательного движения звена OA:

$$V_A = \omega\, OA = 20 \cdot 0{,}3 = 6 \text{ м/с}.$$

Направим вектор V_A на рисунке 2.2 перпендикулярно кратчайшему расстоянию от точки A до оси вращения кривошипа OA, которая проходит через точку O, то есть расстоянию OA, в ту сторону, куда указывает угловая скорость кривошипа ω.

Вектор скорости точки B направляем перпендикулярно отрезку BP_1, соединяющему точку B с мгновенным центром скоростей (МЦС) катка 1 согласно свойствам плоскопараллельного движения этого тела. Для нахождения модуля скорости точки B можно воспользоваться как теоремой о проекциях скоростей, так и свойствами МЦС стержня BAC. Воспользуемся вторым способом, поскольку МЦС стержня BAC потребуется для определения скорости точки C. Сначала определим положение МЦС стержня BAC, проведя перпендикуляры к V_A и V_B из точек их приложения. Точка пересечения перпендикуляров P_3 является МЦС стержня BAC. Теперь изобразим на рис. 2.2 угловую скорость стержня BAC ω_3 по направлению поворота отрезка AP_3 под действием вектора V_A вокруг МЦС P_3 (в данном случае – по ходу часовой стрелки).

Найдем из ΔBAP_3, который является прямоугольным

$$AP_3 = AB\, tg30^0 = 0{,}3 \cdot 0{,}577 = 0{,}173 \text{ м}$$

$$BP_3 = \frac{AB}{\cos 30^0} = \frac{0{,}3}{0{,}866} = 0{,}346 \text{ м}$$

Определим модуль угловой скорости звена BAC в соответствии со свойствами плоскопараллельного движения:

$$\omega_3 = \frac{V_A}{AP_3} = \frac{6}{0{,}173} = 34{,}64 \text{ с}^{-1}$$

определим модуль скорости точки B:

$$V_B = \omega_3 BP_3 = 34{,}64 \cdot 0{,}346 = 12{,}0 \text{ м/с},$$

Направим угловую скорость катка 1 против хода часовой стрелки (рис. 2.2) в соответствии с поворотом отрезка BP_1 вокруг МЦС катка 1 (точки соприкосновения катка с неподвижной поверхностью – P_1) под действием вектора V_B. Определим модуль угловой скорости катка 1 в соответствии со свойствами плоскопараллельного движения:

$$\omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = \frac{V_B}{R_1} = \frac{12}{0{,}1} = 120 \text{ с}^{-1}$$

Изобразим вектор скорости точки C на рис. 2.2 перпендикулярно отрезку CP_3 в направлении угловой скорости ω_3 в соответствии со свойствами плоскопараллельного движения и определим его модуль:

$$V_C = \omega_3 CP_3 = 34{,}6 \cdot 40{,}346 = 12{,}0 \text{ м/с},$$

где $CP_3 = BP_3 = 0{,}346$ м в равнобедренном треугольнике CBP_3.

Изобразим на рис. 2.2 скорость точки D вертикально вниз, учитывая поступательное прямолинейное движение ползуна 5 и направление вектора скорости точки C.

Определим положение МЦС звена CD, проведя перпендикуляры к V_C и V_D из точек их приложения. Точка пересечения перпендикуляров P_4 – МЦС звена CD. Теперь изобразим на рис. 2.2 угловую скорость звена CD ω_4 по направлению поворота отрезка CP_4 под действием вектора V_C вокруг МЦС P_4 (в данном случае – против хода часовой стрелки).

Из ΔBAP_3 найдем

$$CP_4 = \frac{CD}{\sin 30^0} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6 \text{ м}$$

$$DP_4 = \frac{CD}{\operatorname{tg} 30^0} = \frac{0,3}{0,577} = 0,520 \text{ м}$$

Определим модуль угловой скорости звена CD в соответствии со свойствами плоскопараллельного движения:

$$\omega_4 = \frac{VC}{CP_4} = \frac{12}{0,6} = 20 \text{ с}^{-1}$$

Определим модуль скорости точки D:

$$V_D = \omega_4 DP_4 = 20 \cdot 0,520 = 10,39 \text{ м/с}$$

3 Контрольная работы №3 «Обратная задача динамики»

Вариант 1 Судно водоизмещением mg и длиной L в момент прекращения работы двигателей имело скорость V_0.Определить, на сколько корпусов переместится судно за t секунд, если сила сопротивления движению равна $R = kmV^2$, где m– масса судна, k- постоянная. Остановится ли судно под действием этой силы? Ответ: $n = \frac{1}{kL} ln(1 + kV_0^2 t)$	**Вариант 2** При постоянной силе ветра яхта под парусом движется с постоянной скоростью V_0. В некоторый момент ($t = 0$) налетел порыв ветра и сила давления ветра на паруса яхты увеличилась на $F = Hsin(\pi t/T)$, где T- время действия порыва, H – максимальная сила давления ветра на паруса яхты в порыве. Считая, что сила сопротивления воды движению яхты по величине не изменилась, определить на какую величину увеличилась скорость яхты к концу порыва ветра. Масса яхты – m. Ответ: $V_1 - V_0 = \frac{2HT}{\pi m}$
Вариант 3 Аквалангист массой m начинает всплывать к поверхности воды из состояния покоя, сосдав себе положительную плавучесть p. При движении аквалангист испытывает силу сопротивления воды $R = kV$, где k- коэффициент пропорциональности, V- скорость аквалангиста. Найти зависимость пройденного расстояния от времени. Ответ: $x = \frac{p}{k}\left[t + \frac{m}{k}\left(e^{-\frac{kt}{m}} - 1\right)\right]$	**Вариант 4** Судно, двигаясь прямолинейно со скоростью V_0, после остановки двигателей через некоторое время замедлило ход до $V_1 = V_0/2$. Определить среднюю скорость судна за это время, если сила сопротивления воды пропорциональна его скорости. Ответ: $V_{\text{ср}} = \frac{V_0}{2ln2}$
Вариант 5 Подводная мина массой m отрывается от грунта без начальной скорости и начинает всплывать под действием положительной плавучести p. При движении мина испытывает силу сопротивления воды $R = kV^2$. Найти зависимость скорости движения мины от пройденного пути. Какова величина предельной скорости мины? Ответ: $V = V_{max}\sqrt{1 - e^{-2kx/m}}$; $V_{max} = \sqrt{\frac{p}{k}}$	**Вариант 6** Судно спускается по слиповой дорожке, наклоненной под углом α к горизонту, без начальной скорости под действием силы тяжести mg. Сила сопротивления со стороны слипа $R = fN + kV$, где f- коэффициент трения скольжения, N- сила нормального давления, V- скорость судна, k- коэффициент пропорциональности. Найти скорость движения судна в зависимости от времени и максимальную скорость судна. Ответ: $V = V_{max}(1 - e^{-kt})$; $V_{max} = \frac{mg}{k}(\sin\alpha - f\cos\alpha)$.
Вариант 7 Моторная лодка массой m в момент выключения мотора имела скорость V_0. Принимая силу сопротивления $R = kV\sqrt{V}$, определить время T, прошедшее с момента выключения мотора до остановки лодки и путь S, пройденный за это время. Ответ: $T = \frac{2m}{k} V_0$; $S = \frac{2m}{3k} V_0\sqrt{V_0}$.	**Вариант 8** Сила упора винтов судна водоизмещением mg равна Q. Определить максимальную скорость, которую разовьёт судно, а также зависимость скорости от времени и V_{max} если сила сопротивления движению $R = m(kV)^2$, $V_0 = 0$, движение считать прямолинейным. Ответ: $V_{max} = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{Q}{m}}$; $V_{max} = \frac{e^{\alpha t} - 1}{e^{\alpha t} + 1}$, где $\alpha = 2k^2 V_{max}$.

Вариант 9 Сила, действующая на глиссер массой m в первое время после начала движения, определяется выражением $F = Q - \lambda V$, где Q и λ постоянные, V–скорость глиссера. Выразить силу F как функцию времени. Ответ: $F = Qe^{-\frac{\lambda t}{m}}$	**Вариант 10** Глубинная бомба, имеющая отрицательную плавучесть kmg, в момент погружения имеет вертикальную скорость V_0. Бомба испытывает сопротивление воды, пропорциональное первой степени скорости. Определить скорость погружения бомбы в зависимости от предельной скорости и времени. Ответ:$V = V_{max} - (V_{max} - V_0)e^{-\frac{kgt}{V_{max}}}$
Вариант 11 Во время выстрела из гарпунной пушки на гарпун, когда он находится в стволе, действует сила давления газов, которую можно представить зависимостью $F = k/(a + x)$, где a и k – постоянные, х – расстояние, проходимое гарпуном внутри ствола. При движении внутри ствола на гарпун действует ещё постоянная сила сопротивления R. Определить скорость гарпуна в момент выхода из ствола, если длина ствола равна l, а масса гарпуна равна m. Ответ: $V = \sqrt{\frac{2}{m}[k\,ln(1 + \frac{l}{a}) - Rl]}$	**Вариант 12** Моторная лодка массой m начинает прямолинейное движение из состояния покоя под действием постоянной силы упора винтов. Лодка испытывает силу сопротивления воды $R = kV$, где k– коэффициент пропорциональности, V – скорость лодки. Определить коэффициент k, если известно, что через промежуток времени T после начала движения лодка имела скорость $V_1 = 0{,}9V_{max}$ где V_{max} предельная скорость лодки. Ответ: $k = \frac{m\,ln10}{T}$
Вариант 13 Пикируя с высоты, альбатрос входит в воду со скоростью V_0 перпендикулярно поверхности воды. При движении в воде птица испытывает силу сопротивления, пропорционально квадрату своей скорости (коэффициент пропорциональности k – известен) и имеет положительную плавучесть, равную Q. Определить, на какую глубину погрузится альбатрос, если он не будет помогать себе крыльями. Масса альбатроса – m. Ответ: $H = \frac{m}{2k} ln\left(1 + \frac{kV_0^2}{Q}\right)$	**Вариант 14** Под действием постоянной силы упора винтов, равной Q, ледокол к моменту соприкосновения с ледяным полем приобрел скорость V_0. При дальнейшем движении во льду ледокол испытывает силу сопротивления льда, которую можно считать постоянной и равной N и силу сопротивления воды $R = kV^2$, где k – коэффициент пропорциональности, V – скорость ледокола. Считая, что упор винта при движении во льду остается прежним, найти расстояние, пройденное ледоколом до полной остановки ($Q < N$). Водоизмещение ледокола – P. Ответ: $S = \frac{P}{2gk} ln\left(1 + \frac{kV_0^2}{N-Q}\right)$
Вариант 15 В период разгона судно водоизмещением P тонн движется под действием постоянной силы упора винтов. Сила сопротивления воды движению судна пропорциональна квадрату скорости и при $V = 1$ м/с равна k тонн. Определить расстояние, которое пройдет судно с момента начала движения до момента, когда скорость его станет равной половине максимальной скорости. Ответ: $S = \frac{P}{2gk} ln\left(\frac{4}{3}\right)$	**Вариант 16** Судно водоизмещением P движется в период разгона под действием постоянной силы упора гребных винтов Q, испытывая при этом силу сопротивления воды, пропорциональную квадрату скорости судна (коэффициент пропорциональности равен k). Определить время, по истечении которого судно увеличит скорость до 0,5 от максимальной, если движение началось из состояния покоя. Ответ: $t = P\frac{ln3}{2g\sqrt{Qk}}$

Вариант 17

Судно спускается по слиповой дорожке, наклоненной под углом α к горизонту, без начальной скорости под действием силы тяжести mg. Сила сопротивления со стороны слипа $R = fN + kV$, где f – коэффициент трения скольжения, N – сила нормального давления, V – скорость судна, k – коэффициент пропорциональности. Найти путь судна в зависимости от времени и максимальную скорость судна.

Ответ: $S = V_{max}\left(t + \frac{m}{k}\left(e^{-\frac{kt}{m}} - 1\right)\right)$;

$V_{max} = \frac{mg}{k}(\sin\alpha - f\cos\alpha)$.

Вариант 18

Подводная лодка движется прямолинейно с постоянной скоростью V_0 под действием постоянной силы упора гребных винтов Q. Сила сопротивления воды пропорциональна скорости лодки. В некоторое мгновение упор винтов стал равным $2Q$. Найти скорость лодки в зависимости от времени последующего движения, считая, что зависимость силы сопротивления от скорости движения останется прежней. Масса подводной лодки равна m.

Ответ: $V = V_0\left(2 - e^{-\frac{Qt}{mV_0}}\right)$

Вариант 19

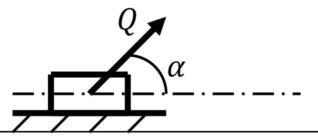
Тело весом P падает свободно без начальной скорости, испытывая сопротивление воздуха $R = kV$, где k – постоянная, V – скорость падения. Определить закон движения тела.

Ответ: $x = \frac{Pt}{k} - \frac{P^2}{gk^2}\left(1 - e^{-\frac{kgt}{P}}\right)$

Вариант 20

Тело массой m перемещается по горизонтальной плоскости из состояния покоя под действием постоянной силы Q, образующей с плоскостью угол α. Коэффициент трения скольжения равен f. Определить закон изменения скорости в зависимости от пройденного пути S.

Ответ: $V = \square 2S\left[\frac{Q}{m}(\cos\alpha\,\square - f\sin\alpha\,\square) - gf\right]$



Вариант 21

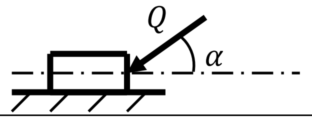
Судно массой m в момент прекращения работы двигателей имело скорость V_0. Определить закон движения судна (после остановки двигателей), если сила сопротивления движению $R = kmV^2$, где k – постоянная, V – скорость судна. Остановится ли судно под действием этой силы R?

Ответ: $S = \frac{1}{k}ln(1 + kV_0t)$

Вариант 22

Тело весом P перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы Q, образующей с плоскостью угол α.Коэффициент трения скольжения равен f. Определить закон изменения скорости в зависимости от времени, если сила $Q = at$, где a – постоянная, t – время. При каком соотношении между α □и f возможно перемещение тела?

Ответ: $V = \frac{gt}{2P}[(\cos\alpha\,\square - f\sin\alpha\,\square)at - 2fP]$



Вариант 23

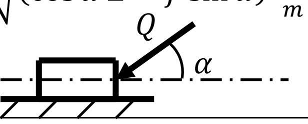
В момент остановки машин судно водоизмещением P имело скорость V_0. Найти путь, пройденный судном за промежуток времени, в течении которого его скорость уменьшилась в 3 раза, если сила сопротивления движению судна равна по модулю $R = aV + bV^2$, где a и b – постоянные, V – скорость судна.

Ответ:$\frac{P}{gb}ln\left[\frac{3(a+bV_0)}{3a+bV_0}\right]$

Вариант 24

Подводная лодка, получив отрицательную плавучесть p, начала вертикальное погружение без начальной скорости. Определить закон изменения скорости её погружения в зависимости от пройденного пути x, если сила сопротивления воды равна $R = m(kV)^2$, где k – постоянная, m – масса лодки, V – её скорость.

Ответ: $V = \frac{1}{k}\sqrt{\frac{p}{m}\left(1 - e^{-2k^2x}\right)}$

Вариант 25 Судно, двигаясь прямолинейно со скоростью V_0, после остановки двигателей через некоторое время замедлило свой ход до $V_1 = V_0/2$. Определить среднюю скорость судна за это время, если сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости. Ответ: $V_{cp} = V_0 \ln 2$	**Вариант 26** Подводная лодка производит запуск ракеты из подводного положения с глубины H. Ракета начинает движение без начальной скорости под действием постоянной тяги реактивных двигателей, равной Q. Ракета имеет отрицательную плавучесть p и при движении испытывает силу сопротивления воды $R = kV^2$, где k – коэффициент пропорциональности V – скорость ракеты. Найти скорость ракеты у поверхности воды, считая массу ракеты постоянной за время движения и равной m. Ответ: $V = \sqrt{\frac{Q-p}{k}\left(1 - e^{-\frac{2kH}{m}}\right)}$
Вариант 27 Подводная лодка производит запуск баллистической ракеты из надводного положения. Найти закон движения ракеты на вертикальном участке её движения, считая массу ракеты постоянной и равной m. Ракета двигается без начальной скорости под действием постоянной силы тяги Q реактивных двигателей. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Ответ: $x = \frac{1}{2}(Q - mg)t^2$	**Вариант 28** Тело массой m перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы Q, образующей с плоскостью угол α. Коэффициент трения скольжения равен f. Определить закон изменения скорости в зависимости от пути, если сила $Q = ax$, где a – постоянная, x – пройденный путь. При каком соотношении между α и f возможно перемещение тела? ($V_0 = 0$) Ответ: $V = \sqrt{(\cos\alpha - f\sin\alpha)\frac{ax^2}{m} - fgx}$ 
Вариант 29 Буксир-толкач массой m имеет на носу резиновый кранец. Буксир подходит к причалу носом с неработающим винтом и в момент касания кранцем причала имеет скорость V_0. При сжатии кранца на буксир действует сила упругости кранца $F = ax + bx^3$, где a и b – постоянные коэффициенты, x – абсолютная деформация кранца. Найти максимальную деформацию кранца. Ответ: $x_{max} = \sqrt{-\frac{a}{b} + \sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{2mV_0^2}{b}}}$	**Вариант 30** Судно массой m производит испытания двигателя на швартовном режиме. Винт создает постоянный упор Q. За время, пока выбирается слабина швартовых, судно приобретает скорость V_0. При дальнейшем движении судна на него помимо силы Q будет действовать сила упругости швартовых $F = cx$, где c – коэффициент пропорциональности, x – удлинение швартовых. Пренебрегая сопротивлением воды, найти максимальное удлинение швартовых на испытаниях. Ответ: $x_{max} = \frac{Q}{c} + \sqrt{\left(\frac{Q}{c}\right)^2 + \frac{mV_0^2}{c}}$

Пример выполнения.

<u>Исходные данные</u>:

Тело массой m, брошенное вертикально вверх со скоростью V_0, испытывает сопротивление воздуха пропорционально скорости $R = kV$. Определить, через какое время тело достигнет наивысшего положения.

<u>Решение</u>:

Составим уравнение движения в проекции на вертикальную ось:

$$m\ddot{y} = -mg - R$$

учитывая, что $\ddot{y} = \frac{dV}{dt}$ и $R = kV$, получим

$$m\frac{dV}{dt} = -mg - kV$$

разделим переменные

$$\frac{mdV}{mg + kV} = -dt$$

проинтегрируем полученное выражение

$$\int \frac{mdV}{mg + kV} = \int -dt$$

или

$$\frac{m}{k}\ln|mg + kV| = -t + C$$

константу интегрирования определим из начального условия: при $t = 0$ $V = V_0$, тогда

$$C = \frac{m}{k}\ln|mg + kV_0|$$

и предыдущее уравнение принимает вид

$$\frac{m}{k}\ln|mg + kV| = -t + \frac{m}{k}\ln|mg + kV_0|$$

отсюда выразим t

$$t = \frac{m}{k}\ln\left|\frac{mg + kV_0}{mg + kV}\right|$$

В наивысшем положении скорость $V = 0$, тогда время подъема до наивысшего положения равно:

$$t = \frac{m}{k}\ln\left|1 + \frac{kV_0}{mg}\right|$$

Ответ: $t = \frac{m}{k}\ln\left|1 + \frac{kV_0}{mg}\right|$.

4 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Оценка	*Критерии оценки*
Отлично	Контрольная работа выполнена полностью, в решении нет ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием непонимания материала).
Хорошо	Контрольная работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны, допущена одна негрубая ошибка или два-три недочета в выкладках или графиках, если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки.
Удовлетворительно	В контрольной работе допущено более одной грубой ошибки или более двух-трех недочета в выкладках или графиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.
Неудовлетворительно	В контрольной работе показано полное отсутствие обязательных знаний и умений по проверяемой теме.

5 Литература

1. Диевский, В. А. Теоретическая механика : учеб. пособие для вузов / В. А. Диевский. - Изд. 3-е, испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 319, [1] с.
2. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики : учебник для втузов / С. М. Тарг. - Изд. 16-е, стер. ; 14-е изд., стер. ; 13-е изд., стер. - Москва : Высш. шк., 2006, 2004, 2003. - 416 с.
3. Диевский, В. А. Теоретическая механика : сборник заданий : учеб. пособие для вузов / В. А. Диевский, И. А. Малышева. - Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009. - 190, [1] с.
4. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учеб. пособие для втузов / А. А. Яблонский, С. С. Норейко, С. А. Вольфсон и др. ; под общ. ред. А. А. Яблонского. - 11-е изд., стер. ; 10-е изд., стер. - Москва : Интеграл-Пресс, 2004, 2003. - 382 с.